I - Fraction quotient

Définition Soient a et b deux nombres entiers, avec $b \neq 0$.

La fraction $\frac{a}{b}$ est le quotient de a par b. Soit $\frac{a}{b} = a \div b$.

Exemple : Parmi les fractions suivantes, quels sont les nombres décimaux ? Pour celles qui ne sont pas des nombres décimaux, donnes-en une valeur approchée au centième.

1 - $\frac{1}{2}$ **2 -** $\frac{1}{3}$ **3 -** $\frac{5}{4}$ **4 -** $\frac{12}{10}$ **5 -** $\frac{5}{7}$ **6 -** $\frac{9}{12}$ **7 -** $\frac{7}{5}$ **8 -** $\frac{30}{22}$

Les nombres décimaux sont : $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{12}{10}$, $\frac{9}{12}$ et $\frac{7}{5}$ car on finit par obtenir un reste nul dans la division du numérateur par le dénominateur.

1,0 0 0 | 3 1 0 0,3 3 3 1 0 1 0 1	5,0 0 0 0 0 0 0 | 7 5 0 0,7 1 4 2 8 5 7 1 0 3 0 2 0 6 0 4 0 5 0 1	30,0 0 0 0 | 2 2 8 0 1,3 6 3 6 1 4 0 8 0 1 4 0 8
$\frac{1}{3} = 0,\underline{3}33...$	$\frac{5}{7} = 0,\underline{714285}714285...$	$\frac{30}{22} = 1,\underline{36}36...$

0,33 est une valeur approchée au centième du quotient $\frac{1}{3}$. On note $\frac{1}{3} \approx 0,33$.

0,71 est une valeur approchée au centième du quotient $\frac{5}{7}$. On note $\frac{5}{7} \approx 0,71$.

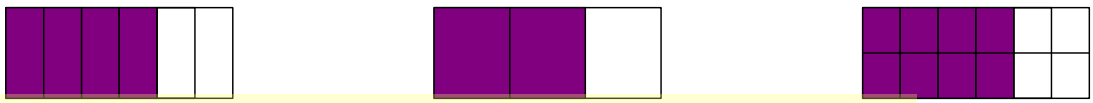
1,36 est une valeur approchée au centième du quotient $\frac{30}{22}$. On note $\frac{30}{22} \approx 1,36$.

II - Quotients égaux

Règles Soient a, b et k des nombres, avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$.

Un quotient ne change pas quand on **multiplie** son numérateur et son dénominateur par un **même nombre non nul**.	Soit : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$
Un quotient ne change pas quand on **divise** son numérateur et son dénominateur par un **même nombre non nul**.	Soit : $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$

Exemple : Les aires des trois surfaces coloriées sont égales. Déduis-en des fractions égales.



Les fractions $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{3}$ et $\frac{8}{12}$ sont égales et on a : $\frac{4}{6} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}$ et $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$.

III - Simplification de fraction

Règle

Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction égale dont le numérateur et le dénominateur sont plus petits.

Remarque : Une fraction que l'on ne peut plus simplifier est dite **irréductible**.

Exemple : Simplifie le plus possible la fraction $\frac{52}{60}$.

Pour simplifier cette fraction, on cherche des diviseurs communs au numérateur et au dénominateur.

$\frac{52}{60} = \frac{\mathbf{2} \times 26}{\mathbf{2} \times 30} = \frac{26}{30} = \frac{\mathbf{2} \times 13}{\mathbf{2} \times 15} = \frac{13}{15}$

$\frac{13}{15}$ n'est plus simplifiable, elle est donc **irréductible**. C'est la fraction la plus simple égale à $\frac{52}{60}$.

IV - Multiplication d'un nombre par une fraction

Règle

Pour multiplier un nombre a par une fraction $\frac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$), on peut :

- calculer le quotient de b par c puis multiplier le résultat par a ;
- ou calculer le produit a par b puis diviser le résultat par c ;
- ou calculer le quotient a par c puis multiplier le résultat par b.

Remarque : Peu importe la méthode, on divise toujours par le dénominateur de la fraction.

Exemple : Calcule $55 \times \frac{4}{5}$.

Pour calculer $55 \times \frac{4}{5}$, on peut procéder ainsi :

$\mathbf{55} \times \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}} = \mathbf{55} \times (\mathbf{4} \div \mathbf{5}) = \mathbf{55} \times 0{,}8 = 44$ ⟶ Cette méthode est intéressante quand la fraction est un nombre décimal.

ou $\mathbf{55} \times \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}} = \frac{\mathbf{55}}{\mathbf{5}} \times \mathbf{4} = 11 \times \mathbf{4} = 44$ ⟶ Cette méthode est intéressante quand la division tombe juste (résultat entier ou décimal).

ou $\mathbf{55} \times \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}} = \frac{\mathbf{55} \times \mathbf{4}}{\mathbf{5}} = \frac{210}{\mathbf{5}} = 44$ ⟶ Cette méthode fonctionne toujours mais n'est pas forcément la plus rapide.

Remarque : La deuxième méthode semble ici plus rapide car les calculs se font facilement de tête.

Attention : On n'obtient pas toujours un nombre décimal. Par exemple : $7 \times \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$.

Règle

Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier la fraction par cette quantité.

Exemple : Amélie a dépensé les quatre septièmes de ses économies qui s'élevaient à 25,90 €. Combien a-t-elle dépensé ?

Calculer les quatre septièmes de 25,90 €, c'est multiplier $\frac{4}{7}$ par 25,90 €.

$\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{7}} \times \mathbf{25{,}90} = \frac{\mathbf{25{,}90}}{\mathbf{7}} \times \mathbf{4} = 3{,}70 \times \mathbf{4} = 14{,}80$. (C'est ici la méthode la plus simple.)

Amélie a donc dépensé 14,80 €.

V - Pourcentage

A - Calcul d'un pourcentage

Règle

Calculer x % d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par $\frac{x}{100}$.

Exemple : 36 % des 950 élèves d'un collège sont externes. Combien y a-t-il d'élèves externes ?

Pour calculer le nombre d'externes, on calcule **36** % de **950**.

36 % de **950** : $\frac{36}{100} \times 950 = \frac{36 \times 950}{100} = \frac{34\,200}{100} = 342.$

Il y a donc 342 élèves externes dans ce collège.

B - Pourcentages particuliers

Règles

- Prendre **10 %** d'un nombre, c'est en prendre le **dixième**. En effet $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$.
- Prendre **50 %** d'un nombre, c'est en prendre la **moitié**. En effet $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$.
- Prendre **25 %** d'un nombre, c'est en prendre le **quart**. En effet $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$.
- Prendre **75 %** d'un nombre, c'est en prendre les **trois quarts**. En effet $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.
- Prendre **100 %** d'un nombre, c'est en prendre la **totalité**. En effet $\frac{100}{100} = 1$.